Pengantar Matematika untuk Kimia

Buku Ajar

Saharman Gea
Maulida Yanti

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Tuhan Yang Maha Esa karena atas rahmat dan karunia-Nya buku ajar Pengantar Matematika untuk Kimia tahap awal terselesaikan. Buku ajar ini dibuat sebagai salah satu upaya agar dosen lebih terarah dan optimal dalam mengisi kelas Matematika Dasar. Selain itu buku ajar ini juga diharapkan dapat menjadi panduan bagi mahasiswa agar mudah dalam mengikuti dan memahami Matematika Dasar.

Penulis menyadari bahwa agar tujuan penulisan buku ajar yang dijelaskan di atas tercapai, buku ajar ini harus mengalami berbagai tahapan serta revisi. Penulis berharap seiring berjalan waktu dan pengalaman dikelas dalam mengajar mata kuliah Matematika Dasar, buku ajar ini terus bisa diperbaiki dan ditingkatkan. Kekurangan materi dan penjelasan diharapkan dapat terus diperbaiki di tahun mendatang.

Akhir kata penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu sehingga buku ajar ini terselesaikan. Kritik, masukan dan saran sangat penulis harapkan demi perbaikan buku ajar ini di versi selanjutnya.

Medan, Agustus 2022

Penulis

Daftar Isi

1. Pendahuluan

Capaian Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, Mahasiswa diharapkan akan dapat menjelaskan konsep dasar bilangan riil, bilangan rasional, pembulatan, operasi pada bilangan riil, garis bilangan, persamaan, pertidaksamaan dan nilai mutlak, eksponensial dan logaritma, serta satuan.

Kemampuan Akhir yang Diharapkan

1. *Mahasiswa mampu menjelaskan bilangan riil, bilangan rasional, pembulatan, operasi pada bilangan riil, dan garis bilangan.*
2. *Mahasiswa mampu menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan, serta yang melibatkan nilai mutlak.*
3. *Mahasiswa mampu menggunakan sifat-sifat eksponensial dan logaritma.*
4. *Mahasiswa mampu melakukan konversi satuan.*

Bagian pendahuluan ini memuat hal-hal dasar yang diperlukan pada bab-bab selanjutnya, yaitu bilangan riil, bilangan rasional, pembulatan, operasi pada bilangan riil, garis bilangan, persamaan, pertidaksamaan dan nilai mutlak, eksponensial dan logaritma, serta satuan.

1.1 Bilangan Riil

Di dalam pengukuran kita tidak dapat terlepas dari bilangan-bilangan tertentu. Bilangan-bilangan ini dikenal dalam berbagai bentuk, secara garis besar digolongkan dalam dua golongan yaitu bilangan riil dan imaginer. Bilangan riil terdiri dari bilangan rasional dan irrasional. Beberapa jenis bilangan yang merupakan bagian dari bilangan riil adalah sebagai berikut,

a. Bilangan asli : $1, 2, 3, 4, \ldots$
b. Bilangan cacah : $0, 1, 2, 3, 4, \ldots$
c. Bilangan bulat : $\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$

d. Bilangan rasional : semua bilangan yang dapat ditulis dalam bentuk p/q dengan p dan q bilangan bulat, serta $q \neq 0$.
e. Bilangan irasional : bilangan riil yang tidak rational.

Setiap bilangan riil dapat ditulis dalam bentuk desimal. Bilangan rasional yang ditulis dalam bentuk desimal akan berupa suatu desimal yang berhenti, seperti $0,5$ atau $0,128$, atau berupa desimal berulang, dimana beberapa blok dari digit berulang tanpa henti, seperti $0,133333\ldots$ atau $4,723423423423\ldots$.

1.1.1 Bilangan rasional

Bilangan rasional adalah bilangan desimal yang dapat dinyatakan dalam pembagian dua bilangan bulat dalam p/q dengan q tidak nol. Bilangan $0,232323\ldots$ adalah bilangan rasional, karena dapat dinyatakan dalam bentuk $23/99$. Sedangkan bilangan irrasional tidak dapat dinyatakan dalam bentuk pembagian dua bilangan bulat seperti π, $\sqrt{2}$, dan $0,1234567892453749675\ldots$. Tiga buah titik pada akhir bilangan tersebut menandakan masih ada angka selanjutnya yang tidak dituliskan.

■ **Contoh 1.1** Apakah $0,17171717\ldots$ merupakan bilangan rasional?
Penyelesaian. Untuk memecahkan masalah tersebut, terlebih dahulu kita periksa apakah ada digit berulang atau tidak sebagai penanda bahwa bilangan tersebut dapat diubah kedalam bentuk pembagian dua bilangan bulat. Karena terdapat pengulangan setiap dua digit setelah koma, maka dapat dilakukan penyederhanaan yaitu mengalikan bilangan tersebut dengan 100, lalu dikurangkan dengan bilangan tersebut. Sehingga untuk menjawab pertanyaan tersebut dapat dilakukan dengan metoda berikut.

Misalkan bilangan tersebut adalah p, sehingga dapat ditulis sebagai berikut,

$$\begin{aligned} p &= 0,17171717\ldots \\ 100p &= 17,17171717\ldots \\ \hline 99p &= 17 \\ p &= 17/99. \end{aligned}$$

Dengan demikian $p = 0,17171717\ldots$ adalah bilangan rasional. ■

Kelipatan 10 yang digunakan sebagai pengali pada bilangan desimal tersebut dilihat dari jumlah angka berulang. Pada contoh diatas, banyak digit angka yang berulang adalah 2 digit, maka dilakukan perkalian dengan 100. Bila banyak digit yang berulang adalah 3 atau 4, maka masing-masing dilakukan perkalian dengan 1000 dan 10000, demikian seterusnya.

■ **Contoh 1.2** Ubahlah bilangan berikut kedalam bentuk pecahan

a. 0,123123123...
b. 0,12341234...

Penyelesaian.

a. Misalkan $0,123123123\ldots$ adalah p, maka dapat ditulis,

$$\begin{aligned} p &= 0,123123123\ldots \\ 1000p &= 123,123123123\ldots \\ \hline 999p &= 123 \\ p &= 123/999 \end{aligned}$$

b. Misalkan $0,123412341234\dots$ adalah q, maka dapat ditulis,

$$\begin{aligned} q &= \quad 0,12341234\dots \\ 10000q &= 1234,12341234\dots \\ \hline 9999q &= 1234 \\ p &= 1234/9999 \end{aligned}$$

■

■ **Contoh 1.3** Ubahlah bilangan $7,234234234\dots$ kedalam bentuk pecahan!
Penyelesaian. Misalkan bilangan tersebut adalah r, sehingga dapat ditulis,

$$\begin{aligned} r &= \quad 7,234234234\dots \\ 1000r &= 7234,234234234\dots \\ \hline 999r &= 7227 \\ r &= 7227/999 \end{aligned}$$

■

1.1.2 Pembulatan

Angka-angka desimal panjang seperti pada contoh-contoh di atas dapat dibulatkan. Metode pembulatan dikenal dengan dua pendekatan. Pertama yaitu memperkirakan angka tersebut lebih dekat dengan angka diatasnya atau dengan angka dibawahnya. Misalkan $2,59$ lebih dekat ke $2,6$ dibandingkan dengan $2,5$, maka dibulatkan ke $2,6$. Contoh lainnya adalah $2,53$ lebih dekat dibulatkan ke $2,5$ dibandingkan dengan $2,6$, maka dibulatkan ke $2,5$. Pendekatan lainnya adalah melihat apakah angka sebelumnya angka genap atau angka ganjil. Bila angka genap maka dibulatkan kebawah, dan bila angka ganjil maka dibulatkan ke atas. Contohnya $2,21$ dan $2,29$ akan dibulatkan ke $2,2$ karena angka sebelumnya adalah angka genap. Sementara untuk bilangan $2,31$ dan $2,39$ akan dibulatkan keatas menjadi $2,4$ karena angka sebelumnya adalah angka ganjil.

Dari dua pendekatan ini tampaknya memiliki kelemahan. Pada pendekatan pertama, bila bertemu dengan angka lima sebagai angka pertengahan maka harus memutuskan sendiri apakah dibulatkan ke atas atau ke bawah. Sedangkan pada pendekatan kedua terasa janggal karena pembulatan ke bawah untuk $2,29$ terlalu jauh, demikian juga pada pembulatan ke atas $2,31$. Oleh karena itu kombinasi dua pendekatan dirasa lebih tepat, yaitu menggunakan pendekatan pertama, namun bila bertemu dengan angka 5 maka dilakukan dengan pendekatan kedua.

■ **Contoh 1.4** Bulatkan bilangan berikut ke dalam 4 angka setelah koma.
a. $0,3457857$
b. $0,7435125$

Penyelesaian.
a. $0,3457857 \approx 0,3458$
b. $0,7435125 \approx 0,7435$

■

1.1.3 Operasi pada Bilangan Riil

Misalkan a,b dan c adalah bilangan riil, berikut adalah beberapa sifat yang berlaku pada bilanngan riil.

1. **Komutatif**

$$a+b=b+a \text{ dan } ab=ba.$$

2. **Asosiatif**

$$(a+b)+c = a+(b+c) \quad \text{dan} \quad (ab)c = a(bc).$$

3. **Identitas**

$$a+0 = a \ \text{ dan } \ 0+a = a.$$

$$a \cdot 1 = a \ \text{ dan } \ 1 \cdot a = a \cdot 1.$$

0 dan 1 masing-masing disebut identitas penjumlahan dan perkalian.

4. **Invers**

$$a+(-a) = 0 \ \text{ dan } \ (-a)+a = 0.$$

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1 \ \text{ dan } \ \frac{1}{a} \cdot a = 1.$$

$(-a)$ dan $(1/a)$ masing-masing disebut invers penjumlahan dan invers perkalian dari a.

5. **Distributif**

$$a(b+c) = ab+ac \ \text{ dan } \ (b+c)a = ba+ca.$$

■ **Contoh 1.5** Dengan menggunakan sifat distributif,

a. $5(4+2) = 4 \cdot 4 + 5 \cdot 2$
b. $5(a+b) = 5a+5b$
c. $-2(x+3) = (-2)(x)+(-2)(3) = -2x-6$
d. $(x+7)y = xy+7y$.

■

Dalam menyelesaikan masalah dasar kimia biasanya diperlukan operasi dasar pada bilangan. Beberapa aturan yang berlaku pada bilangan dengan tanda tertentu adalah sebagai berikut,

i. Penjumlahan dua bilangan dengan tanda sama diperoleh dengan menambah bilangan dan memberi tanda.
ii. Perkalian dua bilangan bertanda sama hasilnya adalah positif dan perkalian dua bilangan bertanda berbeda hasilnya adalah negatif.
iii. Pembagian dua bilangan bertanda sama hasilnya adalah positif dan pembagian dua bilangan bertanda berbeda hasilnya adalah negatif, selama penyebutnya tidak nol.

Operasi bilangan penting lainnya adalah yang melibatkan suatu bilangan dan pangkat atau akar. Misalakan a adalah suatu bilangan yang dikali dengan dirinya sebanyak $n-1$ kali, dinotasikan sebagai a^n, menyatakan a dipangkatkan n. Sebagai contoh,

$$a^2 = a \times a, \quad a^3 = a \times a \times a$$

$$a^n = a \times a \times a \times \ldots \times a \quad (n \text{ kali}).$$

Bilangan n pada bentuk a^n disebut **eksponen** dari a.

Akar dari bilangan riil didefinisikan sebagai kebalikan dari pangkat. Sebagai contoh akar dari a, dinotasikan sebagai $\sqrt{a}$, didefinisikan sebagai bilangan yang jika dikuadratkan akan diperoleh bilangan a,

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a.$$

Akar pangkat tiga dari a, dinotasikan sebagai $\sqrt[3]{a}$ didefinisikan sebagai bilangan yang jika dipangkatkan tiga akan diperoleh bilangan a,

$$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = a.$$

Akar pangkat empat, lima, dan seterusnya didefinisikan dengan cara serupa. Operasi akar sama dengan pangkat dari satu per eksponen. Sebagai contoh,

$$\sqrt[3]{a} = a^{1/3}.$$

Terdapat dua bilangan yang membuat hasil kuadrat adalah bilangan positif. Sebagai contoh $3^2 = 9$ dan $(-3)^2 = 9$. Saat notasi $\sqrt{a}$ digunakan maka hasil yang dimaksud selalu akar yang positif.

Tabel 1.1 berikut merangkum beberapa sifat penting dari eksponen.

$a^0 = 1,$	$a^1 = a$
$a^{x_1}a^{x_2} = a^{x_1+x_2}$	$\dfrac{a^{x_1}}{a^{x_2}} = a^{x_1-x_2}$
$a^{1/n} = \sqrt[n]{a},$	$(a^x)^z = a^{xz}$
$a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$	

Tabel 1.1: Sifat-sifat dasar eksponensial

■ **Contoh 1.6** Periksa setiap penyerdehanaan berikut.

a. $5^3 \cdot 5^7 = 5^{3+7} = 5^{10}$

b. $(-3)^2 \cdot (-3)^6 = (-3)^{2+6} = (-3)^8$

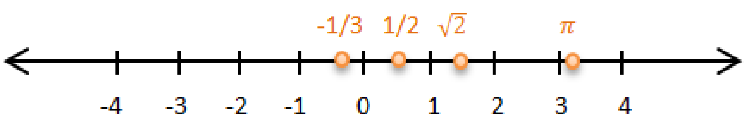
c. $(a^2)^4 = a^{2\cdot 4} = a^8$

d. $(-7)^0 = 1$

■

1.1.4 Garis Bilangan

Bilangan riil dapat diilustrasikan secara geometri sebagai suatu diagram yang disebut sebagai garis bilangan. Setiap bilangan riil berkorenspondensi dengan tepat satu titik pada garis dan sebaliknya.

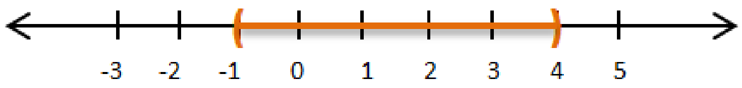


Gambar 1.1: Garis Bilangan

■ **Contoh 1.7** Gambarkan seluruh bilangan riil x sehingga $-1 < x < 4$.

Penyelesaian.

Gambar garis bilangan tersebut memuat semua bilangan riil antara -1 dan 4, tidak hanya bilangan bulat. Gambar dari bilangan ini ditunjukkan oleh garis tebal dari -1 hingga 4 pada garis bilangan seperti pada Gambar 1.2 berikut. Tanda kurung di ujung menandakan bahwa -1 dan 4 tidak termasuk kedalam grafik. ■



Gambar 1.2: Garis Bilangan untuk $-1 < x < 4$

Himpunan yang memuat semua bilangan riil yang berada diantara dua titik, seperti pada Contoh 1.7 disebut **interval**. Interval yang memuat semua bilangan x dengan $-1 < x < 4$ ditulis sebagai $(-1,4)$. Tanda kurung menunjukkan bahwa -1 dan 4 tidak termasuk. Jika -1 dan 4 termasuk kedalam interval, maka digunakan kurung siku, yaitu ditulis sebagai $[-1,4]$. Ada beberapa jenis interval dan notasi yang digunakan. Tabel 1.2 memperlihatkan beberapa jenis interval.

Jenis Interval	**Notasi**			
	Pertidaksamaan	**Interval**	**Garis Bilangan**	
Interval terbuka	$a < x < b$	(a,b)	a b	a b
Interval tertutup	$a \le x \le b$	$[a,b]$	a b	a b
Interval1/2 terbuka	$a < x \le b$	$(a,b]$	a b	a b
	$a \le x < b$	$[a,b)$	a b	a b
Interval dengan panjang tak hingga	$x > a$	(a,∞)	a	a
	$x \ge a$	$[a,\infty)$	a	a
	$x < b$	(∞,b)	b	b
	$x \le b$	$(\infty,b]$	b	b
	$-\infty < x < \infty$	$(-\infty,\infty)$		

Tabel 1.2: Jenis - Jenis Interval

1.2 Persamaan, Pertidaksamaan dan Nilai Mutlak

1.2.1 Persamaan

Menyelesaikan suatu persamaan merupakan masalah klasik dalam matematika. Contoh berikut adalah contoh menyelesaikan persamaan dalam matematika.

■ **Contoh 1.8** Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $2x+7=15$.
Penyelesaian.

$$\begin{aligned} 2x+7 &= 15 \\ 2x &= 8 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

■

Di dalam operasi aljabar, penghitungan dengan menggunakan variabel x adalah hal umum yang sering digunakan. Dalam buku ajar ini akan sering dijumpai persoalan dalam bentuk simbol yang mengandung variabel dibandingkan dengan angka-angka seperti contoh berikut.

■ **Contoh 1.9** Sederhanakanlah bentuk A berikut ini

$$A = \frac{(x^2+2x)^2 - x^2(x-2)^2 + 12x^4}{6x^3+12x^4},\ x \neq 0.$$

Penyelesaian.

$$A = \frac{x^4+4x^3+4x^2-x^4+4x^3-4x^2+12x^4}{6x^3+12x^4} = \frac{12x^4+8x^3}{12x^4+6x^3} = \frac{2x^3(6x+4)}{2x^3(6x+3)} = \frac{6x+4}{6x+3},\ x \neq 0.$$

■

1.2.2 Pertidaksamaan

Menyelesaikan pertidaksamaan hampir serupa dengan menyelesaikan persamaan. Langkah per langkah dilakukan hingga diperoleh solusi.

■ **Contoh 1.10** Selesaikan pertidaksamaan $3x-4 < x-10$.
Penyelesaian.

$$\begin{aligned} 3x-4 &< x-10 \\ 3x &< x-6 \text{ (tambahkan 4 pada kedua ruas)} \\ 2x &< -6 \text{ (tambahkan } -\text{x pada kedua ruas)} \\ x &< -3 \text{ (kalikan kedua ruas dengan } 1/2) \end{aligned}$$

■

■ **Contoh 1.11** Tentukan nilai x agar $\sqrt{x^2-5x+6}$ memiliki akar riil!
Penyelesaian. Agar memiliki akar riil, maka bilangan dalam tanda akar harus non negatif.

$$\begin{aligned} x^2-5x+6 &\geq 0 \\ (x-2)(x-3) &\geq 0 \end{aligned}$$

Pembuat nol untuk pertidaksamaan diperoleh dengan menyelesaikan $x-2=0$ atau $x-3=0$, sehingga diperoleh $x=2$ atau $x=3$. Nilai x sehingga $\sqrt{x^2-5x+6}$ memiliki akar riil diperoleh dengan uji pada garis bilangan berikut,

Jadi $\sqrt{x^2-5x+6}$ akan memiliki akar riil pada nilai $x \leq 2$ atau $x \geq 3$.

■

1.2.3 Nilai Mutlak

Nilai mutlak adalah bilangan yang menyatakan besarnya (magnitude) suatu angka tanpa memerlukan tanda negatif atau positif. Contohnya, jarak rumah seorang mahasiswa ke kampus atau jarak dari kampus ke rumah mahasiswa tersebut. Nilai mutlak, dituliskan dalam bentuk $|x|$, adalah bilangan nonnegative (positif atau nol). Secara formal nilai mutlak dari suatu bilangan didefinisikan sebagai berikut: $|x| = \begin{cases} x, & \text{jika } x > 0 \\ -x, & \text{jika } x < 0 \\ 0, & \text{jika } x = 0 \end{cases}$

■ **Contoh 1.12** Sebagai contoh, $|3| = 3$ dan $|-3.5| = 3.5$. ■

Tabel 1.3 merangkum sifat-sifat nilai mutlak dan sifat nilai mutlak yang melibatkan pertidaksamaan.

$\|ab\| = \|a\|\|b\|$	$\|a+b\| \leq \|a\| + \|b\|$
$\left\|\frac{a}{b}\right\| = \frac{\|a\|}{\|b\|}$, $b \neq 0$	$\|a-b\| \geq \|\|a\| - \|b\|\|$
$\|x\|^2 = \|x^2\| = x^2$	$\|x\| > a,\ a > 0$ maka $x > a$ atau $x < -a$.
$\|x\| = \sqrt{x^2}$	$\|x\| \geq a,\ a > 0$ maka $x \geq a$ atau $x \leq -a$.
$\|-a\| = \|a\|$	$\|x\| < a,\ a > 0$ maka $-a < x < a$.
$\|x\| = a,\ a > 0$ maka $x = a$ atau $x = -a$.	$\|x\| \leq a,\ a > 0$ maka $-a \leq x \leq a$.

Tabel 1.3: Sifat Nilai Mutlak

■ **Contoh 1.13** Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan berikut $|2x-1| = |4x+3|$
Penyelesaian.

$$\begin{aligned}
\sqrt{(2x-1)^2} &= \sqrt{(4x+3)^2} \\
(2x-1)^2 &= (4x+3)^2 \text{(kuadratan kedua ruas)} \\
4x^2 - 4x + 1 &= 16x^2 + 24x + 9 \\
12x^2 + 28x + 8 &= 0 \\
3x^2 + 7x + 2 &= 0 \\
\frac{(3x+6)(3x+1)}{3} &= 0 \\
(x+2)(3x+1) &= 0 \\
x &= -2 \text{ atau } x = -1/3
\end{aligned}$$

■

1.3 Eksponensial dan Logaritma

Logaritma merupakan invers dari eksponen. Keduanya memiliki hubungan sebagai berikut,

$$y = a^x \iff x = {}^a\log y$$

a adalah basis dari pada logaritma tersebut, $a > 0$ dan $a \neq 1$.

■ **Contoh 1.14** Jika $x = {}^3\log 27$ maka x adalah 3, karena $3^3 = 27$. ■

■ **Contoh 1.15** Jika $y = 10^3$ maka ${}^{10}\log 10^3 = 3$. ■

Biasanya untuk logaritma berbasis sepuluh, basisnya tidak dituliskan, sehingga cukup ditulis dengan $\log 10^3$. Logaritma natural adalah logaritma yang berbasis pada bilangan natural $e = 2.7182818\ldots$

■ **Contoh 1.16** Jika $e^y = x$ maka $y = {}^e\log x = \ln x$
Nilai dari e diperoleh dari :

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2.7182818\ldots$$

■

Tabel 1.4 berikut merangkum sifat-sifat dasar eksponensial dan logaritma.

Eksponensial	Logaritma
$a^0 = 1$	${}^a\log a = 1$
$a^1 = a$	${}^a\log 1 = 0$
$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$	${}^a\log y_1 y_2 = {}^a\log y_1 + {}^a\log y_2$
$a^{x_1} a^{x_2} = a^{x_1+x_2}$	$a\log \frac{y_1}{y_2} = {}^a\log y_1 - {}^a\log y_2$
$\frac{a^{x_1}}{a^{x_2}} = a^{x_1-x_2}$	${}^a\log 1/y = -\,{}^a\log y$
$(a^x)^z = a^{xz}$	${}^a\log y = \frac{1}{{}^y\log a}$
$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$	${}^a\log y = \frac{{}^p\log y}{{}^p\log a}$
	${}^a\log y \times {}^y\log z = {}^a\log z$
	$a^{{}^a\log y} = y$
	${}^a\log y^z = z\,{}^a\log y$

Tabel 1.4: Sifat-sifat dasar eksponensial dan Logaritma

■ **Contoh 1.17** Jika $3^a = 5$ dan $5^b = 2$. Nyatakan ${}^{15}\log 40$ dalam peubah a dan b.
Penyelesaian. Masing-masing ruas diubah ke logaritma, yaitu

$$\begin{aligned} \log 3^a &= \log 5 \\ a\log 3 &= \log 5 \\ a &= \frac{\log 5}{\log 3} \\ a &= {}^3\log 5 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} \log 5^b &= \log 2 \\ b\log 5 &= \log 2 \\ b &= \frac{\log 2}{\log 5} \\ b &= {}^5\log 2 \end{aligned}$$

Selanjutnya ${}^{15}\log 40$ dipecah menyesuaikan nilai a dan b, sehingga

$$\begin{aligned} {}^{15}\log 40 &= \frac{{}^5\log 40}{{}^5\log 15} = \frac{{}^5\log 2^3.5}{{}^5\log 3.5} = \frac{{}^5\log 2^3 + {}^5\log 5}{{}^5\log 3 + {}^5\log 5} \\ &= \frac{3.{}^5\log 2 + 1}{{}^5\log 3 + 1} = \frac{3.{}^5\log 2 + 1}{\frac{1}{{}^3\log 5} + 1} = \frac{2b+1}{1/a+1} = \frac{2ab+a}{a+1} \end{aligned}$$

■

Sifat-sifat eksponensial berbasis fungsi:

a. $a^{f(x)} = a^{g(x)}, a > 0, a \neq 1,$ maka $f(x) = g(x)$

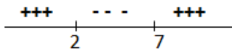
b. $a^{f(x)} = b^{f(x)}, a, b > 0; a, b \neq 1; a \neq b,$ maka $f(x) = 0$

c. $f(x)^{g(x)} = f(x)^{h(x)}, g(x) \neq h(x),$ maka $f(x) = 0$

■ **Contoh 1.18** Tentukan nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $27^{3x-4} > 3^{x^2+2}$!
Penyelesaian.

$$\begin{aligned} 3^{3(3x-4)} &> 3^{x^2}, \quad a > 1 \\ 9x - 12 &> x^2 + 2 \\ x^2 - 9x + 14 &< 0 \\ (x-7)(x-2) &< 0 \end{aligned}$$

$x = 7$ dan $x = 2$ adalah pembuat nol dari pertidaksamaan di atas. Gunakan uji nilai pada interval untuk mencari solusi. Jadi solusinya adalah $2 < x < 7$. ■



■ **Contoh 1.19** Misalkan $a > 1$, tentukan nilai x yang memenuhi persamaan ${}^{a}\log(2x+1)\,{}^{3}\log\sqrt{a} = 1$.

Penyelesaian.

$$\begin{aligned}
{}^{a}\log(2x+1)\,{}^{3}\log\sqrt{a} &= 1\\
{}^{3}\log\sqrt{a}\,{}^{a}\log(2x+1) &= 1\\
(1/2)\left({}^{3}\log a\right)\left({}^{a}\log(2x+1)\right) &= 1\\
\frac{1}{2}\,{}^{3}\log(2x+1) &= 1\\
{}^{3}\log(2x+1) &= 2\\
2x+1 &= 3^2\\
x &= 4
\end{aligned}$$

■

1.4 Satuan

Satuan yang diterima secara luas adalah satuan internasional (SI), dikenal dengan istilah MKS untuk satuan dasar. Satuan untuk panjang adalah meter, satuan untuk massa adalah kilogram dan satuan untuk waktu adalah sekon. Satuan-satuan dasar lainnya dapat dilihat pada Table 1.5.

Besaran Pokok	**Satuan**	**Simbol**
Panjang	Meter	m
Massa	Kilogram	kg
Waktu	Sekon	s
Kuat Arus Listrik	Ampere	A
Jumlah zat	Mole	mol
Intensitas Cahaya	Candela	cd

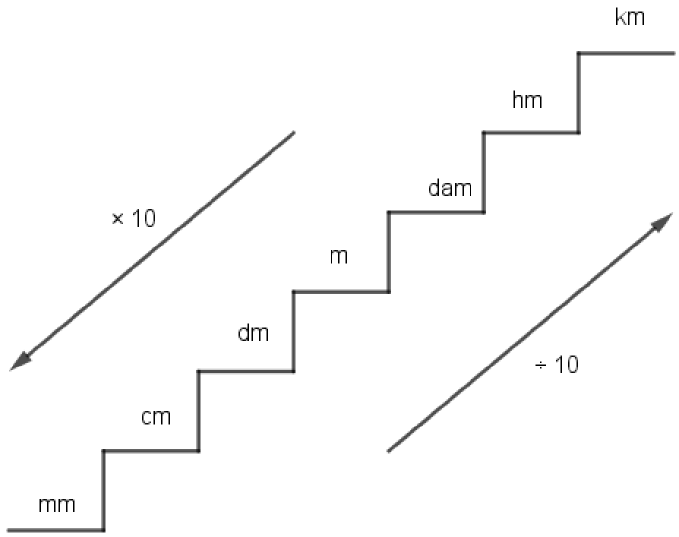
Tabel 1.5: Satuan Internasional

Beberapa satuan internasional yang diturunkan dari satuan dasar juga masih sering digunakan. Tabel 1.6 merangkum beberapa satuan turunan.

Besaran Turunan	**Satuan**	**Simbol**
Kecepatan	Meter/sekon	m/s
Percepatan	Meter/sekon^2	m/s^2
Massa Jenis	Kilogram/ meter^3	Kg/m^3
Gaya	Newton	N
Luas	Meter^2	m^2
Volume	Meter^3	m^3
Tekanan	Pascal	Pa
Usaha	Joule	J

Tabel 1.6: Besaran Turunan dan Satuannya

Satuan-satuan non internasional, seperti milimeter dan kilometer, memiliki nilai konversi terhadap satuan internasional. Konversi ini biasa ditandai dengan menambahkan awalan standar pada satuan, sebagai contoh untuk panjang, diperlihatkan oleh Gambar 1.3. Setiap turun satu anak tangga maka akan setara dengan mengalikan 10. Sebagai contoh, 1 m setara dengan 10 dm atau 100 cm. Sebaliknya, setiap naik satu langkah setara dengan membagi 10. Sebagai contoh, 1 m setara dengan 0.1 dam atau 0.01 hm.



Gambar 1.3: Konversi satuan

Keberadaan angka-angka besar dan panjang dapat dibantu dengan adanya penulisan awalan. Contohnya 1000000 meter, dapat disederhanakan dengan 1 gigameter. Awalan-awalan ini lebih lengkap dapat dilihat pada Tabel 1.7 .

Awalan	**Simbol**	**Kelipatan**
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^{9}
Mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hekto	h	10^{2}
deka	da	10
desi	d	10^{-1}
senti	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
mikro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}

Tabel 1.7: Awalan Satuan dan Kelipatannya